લિબર્ટી પેપરસેટ

ધોરણ 10 : ગણિત (સ્ટાન્ડર્ડ)

Full Solution

સમય : 3 કલાક **અસાઈનમેન્ટ પ્રશ્નપત્ર 2**

વિભાગ-A

1. (D) xy **2.** (A) $-\frac{b}{c}$ **3.** (D) (m, n) બિંદુમાં છેદતી **4.** (C) 4 **5.** (B) 22 **6.** (A) ચોરસ **7.** $2\sqrt{p^2 + q^2}$ **8.** tan^2 A **9.** 10 **10.** $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ **11.** $3\pi r^2$ **12.** 3 **13.** ખોટું **14.** ખરું **15.** ખરું **16.** ખોટું **17.** 2 : 3 **18.** 2 **19.** દરેક વિભાજ્ય સંખ્યાને તેના અવયવોના ક્રમને અવગણીને અવિભાજ્ય સંખ્યાઓના ગુણાકાર તરીકે અનન્ય રીતે લખી શકાય છે. **20.** બ્રહ્મગુપ્ત **21.** (b) ઉપરની તરફ ખુલ્લો પરવલય **22.** (a) રેખા **23.** (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **24.** (a) $\sqrt{3}$

વિભાગ-B

25. ધારો કે, $5 - \sqrt{3}$ સંમેય છે.

$\therefore 5 - \sqrt{3} = \frac{a}{b}$, જ્યાં a અને b પરસ્પર અવિભાજ્ય પૂર્ણાંકો છે, તેમ જ $b \neq 0$.

$\therefore -\sqrt{3} = \frac{a}{b} - 5$

$\therefore \sqrt{3} = 5 - \frac{a}{b}$

$\therefore \sqrt{3} = \frac{5b - a}{b}$

a અને b પૂર્ણાંકો હોવાથી $\frac{5b - a}{b}$ સંમેય મળે અને આથી $\sqrt{3}$ પણ સંમેય થાય.
પરંતુ $\sqrt{3}$ અસંમેય છે તેથી વિરોધાભાસ ઉત્પન્ન થાય, તેથી આપણી ધારણા ખોટી છે.
આથી, સાબિત થાય છે કે, $5 - \sqrt{3}$ અસંમેય છે.

26. ધારો કે, મોટી સંખ્યા x અને નાની સંખ્યા y છે.
અહીં, બે સંખ્યાનો તફાવત 26 છે.

$\therefore x - y = 26$ ...(1)

હવે, એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાથી ત્રણ ગણી છે.

$\therefore x = 3y$ ...(2)

સમી. (1) અને (2) એ માંગેલ દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ યુગ્મ છે.

27. $6x^2 - x - 2 = 0$

$\therefore 6x^2 - 4x + 3x - 2 = 0$

$\therefore 2x(3x - 2) + 1(3x - 2) = 0$

$\therefore (3x - 2)(2x + 1) = 0$

$\therefore 3x - 2 = 0$ અથવા $2x + 1 = 0$

$\therefore x = \frac{2}{3}$ અથવા $x = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ સમીકરણનાં બીજ : $\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$

$\therefore kx(x - 2) + 6 = 0$

28. **(i)** $\therefore kx^2 - 2kx + 6 = 0$

$\therefore a = k, b = -2k, c = 6$

આપેલ દ્વિઘાત સમીકરણનાં બીજ સમાન છે.

$\therefore b^2 - 4ac = 0$

$\therefore (-2k)^2 - 4(k)(6) = 0$

$\therefore 4k^2 - 24k = 0$

$\therefore 4k(k - 6) = 0$

$\therefore 4k = 0$ અથવા $k - 6 = 0$

$\therefore k = 0$ અથવા $k = 6$

પરંતુ $k = 0$ શક્ય નથી,

જો $k = 0$ લઈએ તો સમીકરણ દ્વિઘાત સમીકરણ ન બને.

પરંતુ $6 = 0$ મળે.

$\therefore k \neq 0$

$\therefore k = 6$

29. $a = -37$, $d = (-33) - (-37) = -33 + 37 = 4$, $n = 12$, $S_n = S_{12} =$ ______

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

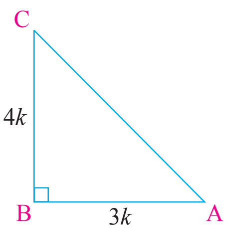
$$\therefore S_{12} = \frac{12}{2}[2(-37) + (12-1)4]$$

$= 6[-74 + 44]$

$= 6(-30)$

$= -180$

30.



ધારો કે, કાટકોણ Δ ABC માં $\angle B = 90^\circ$

અહીં $\tan A = \frac{4}{3}$

$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$

$\therefore \frac{BC}{4} = \frac{AB}{3} = k$ ધારો $k \neq 0$

$\therefore BC = 4k,\ AB = 3k$ ....(1)

$\therefore$ પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ,

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= (3k)^2 + (4k)^2$

$= 9k^2 + 16k^2$

$= 25k^2$

$\therefore \boxed{AC = 5k}$

હવે, $\sec A = \frac{\text{કર્ણ}}{\text{પા.બા.}} = \frac{AC}{AB} = \frac{5k}{3k} = \frac{5}{3}$

તથા, $\operatorname{cosec} A = \frac{\text{કર્ણ}}{\text{સા.બા.}} = \frac{AC}{BC} = \frac{5k}{4k} = \frac{5}{4}$

31. $tan\ (A + B) = \sqrt{3}$

$\therefore\ tan\ (A + B) = tan\ 60°$

$\therefore\ A + B = 60°$ ....(1)

$tan\ (A - B) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore\ tan\ (A - B) = tan\ 30°$

$\therefore\ A - B = 30°$ ....(2)

પરિણામ (1) અને પરિણામ (2) નો સરવાળો લેતાં,

$A + B = 60°$

$+\ A - B = 30°$

$\therefore\ 2A = 90°$

$\therefore\ A = 45°$

પરિણામ (1) માં $A = 45°$ મૂકતાં,

$A + B = 60°$

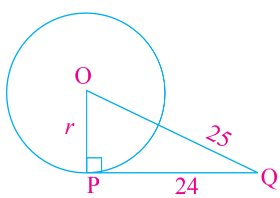
$\therefore\ 45 + B = 60°$

$\therefore\ B = 60° - 45°$

$\therefore\ B = 15°$

આમ, $A = 45°$ અને $B = 15°$ છે.

32.



અહીં, O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની બહારના બિંદુ Q માંથી વર્તુળને દોરેલ સ્પર્શક PQ અને તેથી સ્પર્શબિંદુ P છે તથા ત્રિજ્યા r છે.

Δ OPQ માં $\angle P = 90°$ છે.

$\therefore\ OP^2 + PQ^2 = OQ^2$ (પાયથાગોરસ પ્રમેય)

$\therefore\ r^2 + (24)^2 = (25)^2$

$\therefore\ r^2 + 576 = 625$

$\therefore\ r^2 = 625 - 576$

$\therefore\ r^2 = 49$

$\therefore\ r = 7$

આમ, વર્તુળની ત્રિજ્યા 7 સેમી. છે.

33. ધારો કે, આપેલ બે ઘન પૈકી પ્રત્યેકની બાજુનું માપ x સેમી છે.

$\therefore$ ઘનનું ઘનફળ $= x^3$

$\therefore\ 125 = x^3$

$\therefore\ x^3 = 5^3$

$\therefore\ x = 5$ સેમી

બે ઘનને જોડવાથી બનતા લંબઘન માટે લંબાઈ $l = 2x = 2 \times 5 = 10$ સેમી,

પહોળાઈ $b = x = 5$ સેમી અને

ઊંચાઈ $h = x = 5$ સેમી

∴ લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ,

$= 2\ (lb + bh + hl)$

$= 2\ (10 \times 5 + 5 \times 5 + 5 \times 10)$

$= 2\ (50 + 25 + 50)$

$= 2\ (125)$

= 250 સેમી^{2}

34. અહીં, મહત્તમ વર્ગઆવૃત્તિ વર્ગ 3 – 5 ની 8 છે. તેથી બહુલક વર્ગ 3 – 5 છે.

∴ l = બહુલક વર્ગની અધઃસીમા = 3

h = વર્ગલંબાઈ = 2

f_1 = બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ = 8

f_0 = બહુલક વર્ગના આગળના વર્ગની આવૃત્તિ = 7

f_2 = બહુલક વર્ગના પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ = 2

બહુલક $Z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$\therefore Z = 3 + \left(\frac{8-7}{2(8)-7-2}\right) \times 2$

$\therefore Z = 3 + \frac{1}{7} \times 2 = 3 + \frac{2}{7}$

$\therefore Z = 3.286$

આમ, આપેલ માહિતીનો બહુલક 3.286 છે.

35. મધ્યસ્થ $M = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$= 60 + \left(\frac{26.5 - 22}{7}\right) \times 10$

$= 60 + \frac{4.5 \times 10}{7}$

$= 60 + \frac{45}{7}$

$= 60 + 6.4$

$\therefore M = 66.4$

36. અહીં, લખોટીઓની કુલ સંખ્યા = 3 + 2 + 4 = 9

(i) ધારો કે, પસંદ કરેલી લખોટી સફેદ હોય તે ઘટનાને A કરીએ.

∴ સફેદ લખોટીઓની સંખ્યા = 2

∴ ઘટના A ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 2

$\therefore P(A) = \frac{2}{9}$

(i) ધારો કે, પસંદ કરેલી લખોટી ભૂરી અથવા લાલ હોય તે ઘટનાને B કરીએ.

∴ ભૂરી અથવા લાલ લખોટીઓની સંખ્યા = 3 + 4 = 7

∴ ઘટના B ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 7

$\therefore P(B) = \frac{7}{9}$

37. પાસાને એકવાર ફેંકવાના પ્રયોગના શક્ય પરિણામો 1,2,3,4,5,6 છે.

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 6

(i) ધારો કે, પાસા એકવાર ફેંકતા પાસા પરનો અંક 2 અને 6 વચ્ચેની સંખ્યા મળે તે ઘટનાને A કહીએ.

$\therefore$ 2 અને 6 વચ્ચેની સંખ્યાઓ 3,4 અને 5 એમ કુલ 3 પરિણામો છે.

$\therefore$ ઘટના A ઉદ્ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 3

$\therefore$ P (A) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(ii) ધારો કે, પાસા એકવાર ફેંકતા પાસા પરનો અંક યુગ્મ સંખ્યા મળે તે ઘટનાને B કહીએ.

$\therefore$ 1 થી 6 માં યુગ્મ સંખ્યાઓ 2,4 અને 6 એમ કુલ 3 પરિણામો છે.

$\therefore$ ઘટના B ઉદ્ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 3

$\therefore$ P (B) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

વિભાગ-C

38. $\therefore t^2 = 15$

$\therefore t = \pm\sqrt{15}$

$\therefore t = \sqrt{15}$ અથવા $t = -\sqrt{15}$

શૂન્યોનો સરવાળો = $\sqrt{15} - \sqrt{15} = 0 = \frac{0}{1} = -\frac{b}{a} = -\frac{t\text{નો સહગુણક}}{t^2\text{નો સહગુણક}}$

શૂન્યોનો ગુણાકાર = $(\sqrt{15})(-\sqrt{15}) = -15 = \frac{-15}{1} = \frac{c}{a} = \frac{\text{અચળ પદ}}{t^2\text{નો સહગુણક}}$

39. જો શૂન્યેતર A માટે દ્વિઘાત બહુપદી $p(x) = ax^2 + bx + c$નાં શૂન્યો α અને β હોય, તો $(x - \alpha)$ અને $(x - \beta)$ એ $p(x)$ ના અવયવો થાય.

$ax^2 + bx + c = k(x-\alpha)(x-\beta)$, k શૂન્યેતર અચળ

$= k(x^2 - \alpha x - \beta x + \alpha\beta)$

$= k(x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta)$

$= kx^2 - k(\alpha + \beta)x + k\alpha\beta)$

બંને બાજુ x^2, xના સહગુણકો અને અચળપદને સરખાવતું

$a = k,\ b = -k(\alpha + \beta),\ c = k\alpha\beta$

$\therefore \alpha + \beta = \left(\frac{-k(\alpha+\beta)}{k}\right)$

$= \frac{-b}{a} = \frac{-x\text{નો સહગુણક}}{x^2\text{નો સહગુણક}}$

તથા $\alpha\beta = \frac{k\alpha\beta}{k}$

$= \frac{c}{a} = \frac{\text{અચળપદ}}{x^2\text{નો સહગુણક}}$

40. સાદા વ્યાજની ગણતરી માટેનું સૂત્ર $\frac{P \times R \times T}{100}$ છે.

આથી, પ્રથમ વર્ષના અંતે વ્યાજ = ₹ $\frac{1000 \times 8 \times 1}{100}$ = ₹ 80

બીજા વર્ષના અંતે વ્યાજ = ₹ $\frac{1000 \times 8 \times 2}{100}$ = ₹160

ત્રીજા વર્ષના અંતે વ્યાજ = ₹ $\frac{1000 \times 8 \times 3}{100}$ = ₹ 240

આ રીતે વ્યાજની ગણતરી કરતાં વ્યાજ અનુક્રમે 80, 160, 240, ... મળે છે.

અહીં, $d_1 = 160 - 80 = 80$, $d_2 = 240 - 160 = 80$ એટલે કે સામાન્ય તફાવત $d = 80$ મળે છે, તેથી આ એક સમાંતર શ્રેણી છે. તેમજ $a = 80$ છે.

30 વર્ષના અંતે મળતું વ્યાજ $= a_{30} = a + (n - 1)d$

$= 80 + (30 - 1)\ 80$

$= 80 + 2320$

$= ₹\ 2400$

આમ, 30 વર્ષના અંતે મળતું વ્યાજ ₹ 2400 હશે.

41. અહીં, $a = 24$, $d = 21 - 24 = -3$, $S_n = 78$

હવે, $S_n = \frac{n}{2}\ [2a + (n - 1)d]$

$\therefore\ 78 = \frac{n}{2}\ [2(24) + (n - 1)(-3)]$

$\therefore\ 78 \times 2 = n\ (48 - 3n + 3)$

$\therefore\ 156 = n\ (51 - 3n)$

$\therefore\ 156 = 51n - 3n^2$

$\therefore\ 3n^2 - 51n + 156 = 0$

$\therefore\ n^2 - 17n + 52 = 0$

$\therefore\ n^2 - 4n - 13n + 52 = 0$

$\therefore\ n(n - 4) - 13(n - 4) = 0$

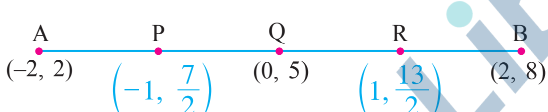
$\therefore\ (n - 4)\ (n - 13) = 0$

$\therefore\ n - 4 = 0$ અથવા $n - 13 = 0$

$\therefore\ n = 4$ અથવા $n = 13$

આમ, n નાં બંને મૂલ્યો શક્ય હોવાથી માંગેલ પદની સંખ્યા 4 અથવા 13 થાય.

42.



ધારો કે, A (–2, 2) અને B (2, 8) ને જોડતાં રેખાખંડનું ચાર સમાન ભાગમાં વિભાજન કરતાં બિંદુઓ P, Q અને R છે. આથી Q એ AB નું મધ્યબિંદુ થાય.

$\therefore$ બિંદુ Q ના યામ $= \left(\frac{-2+2}{0}, \frac{2+8}{2}\right) = (0, 5)$

હવે, P એ AQ નું મધ્યબિંદુ થાય.

$\therefore$ બિંદુ P ના યામ $= \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{2+5}{2}\right) = \left(-1, \frac{7}{2}\right)$

તે જ રીતે, R એ QB નું મધ્યબિંદુ થાય.

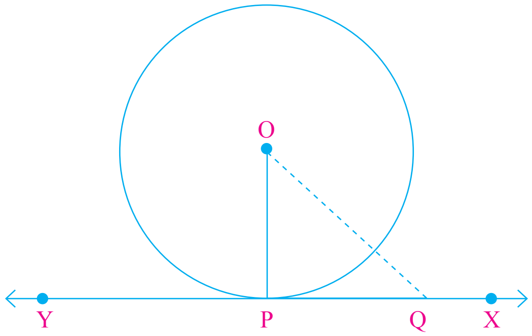
$\therefore$ બિંદુ R ના યામ $= \left(\frac{0+2}{2}, \frac{5+8}{2}\right) = \left(1, \frac{13}{2}\right)$

આમ, A (–2, 2) અને B (2, 8) ને જોડતાં રેખાખંડનું ચાર સમાન ભાગમાં વિભાજન કરતાં બિંદુઓના યામ $\left(-1, \frac{7}{2}\right), (0, 5)$ અને $\left(1, \frac{13}{2}\right)$ છે.

43. **પક્ષ :** XY એ O કેન્દ્રવાળા વર્તુળને P બિંદુએ સ્પર્શતો સ્પર્શક છે.

સાધ્ય : $OP \perp XY$

આકૃતિ :



સાબિતી : XY પર P સિવાયનું કોઈ બિંદુ Q લો તથા OQ દોરો.

બિંદુ Q વર્તુળના બહારના ભાગમાં જ હોય.

કારણ કે, જો તે વર્તુળના અંદરના ભાગમાં અથવા વર્તુળ પર હોય, તો XY વર્તુળની છેદિકા બને સ્પર્શક નહીં.

પરંતુ અહીં XY એ વર્તુળનો સ્પર્શક છે.

$\therefore$ OQ એ વર્તુળની ત્રિજ્યા OP કરતાં મોટી થાય.

આમ, $OQ > OP$

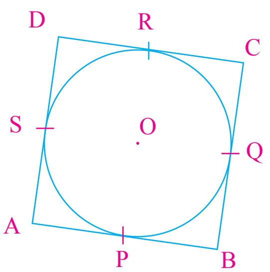
આ હકીકત XY પરના P સિવાયના કોઈ પણ બિંદુ Q માટે સાચી છે.

આથી, OP એ Oથી XYનું ઓછામાં ઓછું અંતર છે.

આથી, OP એ XYને લંબ છે.

$\therefore OP \perp XY$

44.



અહીં, ABCD એ વર્તુળને પરિગત સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે, જેની બાજુઓ AB, BC, CD અને DA વર્તુળને અનુક્રમે P, Q, R અને S માં સ્પર્શે છે.

$\therefore$ $AP = AS$ ...(1)

$BP = BQ$ ...(2)

$CR = CQ$ ...(3)

$DR = DS$ ...(4)

પરિણામ (1), (2), (3) અને (4)નો સરવાળો કરતાં,

$AP + BP + CR + DR = AS + BQ + CQ + DS$

$\therefore (AP + BP) + (CR + DR) = (AS + DS) + (BQ + CQ)$

$\therefore$ AB + CD = AD + BC ...(1)

હવે, ચતુષ્કોણ ABCD એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

$\therefore$ AB = CD અને BC = DA ...(2)

(1) અને (2) પરથી,

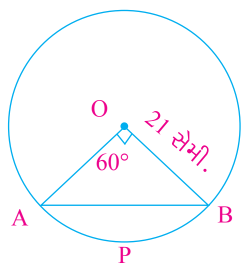
AB + AB = BC + BC

$\therefore$ 2 AB = 2 BC

$\therefore$ AB = BC

આથી, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ની પાસપાસેની બાજુઓ સમાન હોવાથી તે સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

45. અહીં, $r = 21$ સેમી. અને $\theta = 60°$



(i) ચાપ APBની લંબાઇ $= \frac{\pi r\theta}{180} = \frac{22 \times 21 \times 60}{7 \times 180} = 22$ સેમી.

(ii) લઘુવૃત્તાંશ OAPB નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{\pi r^2 \theta}{360}$

$= \frac{22 \times 21 \times 21 \times 60}{7 \times 360}$

$= 231$ સેમી.^{2}

(iii) Δ OAB માં $\angle O = 60°$ અને OA = OB = 21 સેમી. છે.

$\therefore \angle A = \angle B$ અને $\angle A + \angle B = 120°$

$\therefore \angle A = \angle B = \angle O = 60°$

$\therefore \Delta$ OAB સમબાજુ ત્રિકોણ છે. જેમાં દરેક બાજુની લંબાઇ $a = 21$ સેમી. છે.

હવે, લઘુવૃત્તખંડ ક્ષેત્રફળ = લઘુવૃત્તાંશ OAPB નું ક્ષેત્રફળ − સમબાજુ Δ OAB નું ક્ષેત્રફળ

$= 231 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$= 231 - \frac{\sqrt{3} \times 21 \times 21}{4}$

$= \left(231 - \frac{441\sqrt{3}}{4}\right)$ સેમી.^{2}

46. એક ભૂરો અને એક રાખોડી એમ બે પાસાને એક-સાથે ઉછાળવાના પ્રયોગનાં તમામ શક્ય પરિણામો નીચે મુજબ છે :

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)

(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)

(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)

(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)

(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 36

(i) ધારો કે, ઘટના A : પાસાની ઉપરની સપાટી પર દેખાતી સંખ્યાઓનો સરવાળો 8 હોય તે

અહીં, પાસાની ઉપરની સપાટી પર દેખાતી સંખ્યાઓનો સરવાળો 8 હોય તે માટેનાં શક્ય પરિણામો (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) છે.

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 5

$$P(A) = \frac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$$\therefore \boxed{P(A) = \frac{5}{36}}$$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : પાસાની ઉપરની સપાટી પર દેખાતી સંખ્યાઓનો સરવાળો 12 કે તેનાથી નાનો હોય તે

અહીં, પાસાની ઉપરની સપાટી પર દેખાતી સંખ્યાઓનો સરવાળો 12 કે તેનાથી નાનો હોય તે અહીં આપેલ દરેક પરિણામ માટે શક્ય છે.

$\therefore$ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 36

$\therefore P(B) = \frac{36}{36}$

$\therefore \boxed{P(B) = 1}$

વિભાગ-D

47. ધારો કે, નિશ્ચિત ભાડું ₹ x અને મુસાફરીના દરેક કિલોમીટરદીઠ ભાડું ₹ y છે.

પહેલી શરત મુજબ, $x + 10y = 105$ ...(1)

$\therefore x = 105 - 10y$ ...(2)

બીજી શરત મુજબ, $x + 15y = 155$ ...(3)

સમીકરણ (3) માં સમીકરણ (2) ની કિંમત મૂકતાં,

$x + 15y = 155$

$\therefore 105 - 10y + 15y = 155$

$\therefore -10y + 15y = 155 - 105$

$\therefore 5y = 50$

$\therefore y = 10$

સમીકરણ (2) માં $y = 10$ મૂકતાં,

$x = 105 - 10y$

$\therefore x = 105 - 10(10) = 105 - 100 = 5$

$\therefore x = 5$

આમ, નિશ્ચિત ભાડું ₹ 5 અને મુસાફરીના દરેક કિલોમીટરદીઠ ભાડું ₹ 10 છે.

$\therefore$ મુસાફરે 25 કિમી.ની મુસાફરી માટે ચૂકવવું પડતું ભાડું = $x + 25y = 5 + 25(10) = 5 + 250 =$ ₹ 255

48. ધારો કે બે વ્યક્તિની માસિક આવક અનુક્રમે ₹ $9x$ અને ₹ $7x$ છે અને તેમનો માસિક ખર્ચ અનુક્રમે ₹ $4y$ અને ₹ $3y$ છે.

માસિક આવક – માસિક ખર્ચ = માસિક બચત

$\therefore 9x - 4y = 2000$ ...(1)

અને $7x - 3y = 2000$ ...(2)

સમીકરણ (1) ને 3 વડે અને સમીકરણ (2) ને 4 વડે ગુણી બાદબાકી કરતાં,

$27x - 12y = 6000$

$28x - 12y = 8000$

$-\quad +\quad -$

$\therefore -x = -2000$

$\therefore x = 2000$

સમીકરણ (1) માં $x = 2000$ મૂકતાં,

$9x - 4y = 2000$

$\therefore\ 9(2000) - 4y = 2000$

$\therefore\ 18000 - 2000 = 4y$

$\therefore\ 4y = 16000$

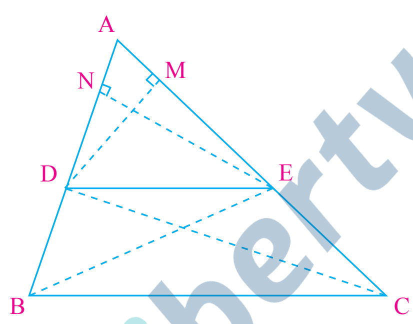
$\therefore\ y = 4000$

આમ, પ્રથમ વ્યક્તિની માસિક આવક $= 9x = 9(2000) =$ ₹ 18000 અને બીજી વ્યક્તિની માસિક આવક $= 7x = 7(2000) =$ ₹ 14000 છે.

49. આ પ્રમેય સરમપ્રમાણતાનું મૂળભૂત પ્રમેય અથવા થેલ્સના પ્રમેય નામથી ઓળખાય છે.

પક્ષ : Δ ABCની બાજુ BCને સમાંતર રેખા બાકીની બે બાજુઓ AB અને ACને અનુક્રમે D અને Eમાં છેદે છે.

સાધ્ય : $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$



સાબિતી : BE અને CD જોડો અને DM $\perp$ AC અને EN $\perp$ AB દોરો.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \dfrac{1}{2} \times$ પાયો $\times$ પાયા પરનો વેધ

$\therefore\ ar\,(ADE) = \dfrac{1}{2} AD \times EN$

તથા $ar\,(BDE) = \dfrac{1}{2} DB \times EN$

$$\therefore\ \frac{ar\,(ADE)}{ar\,(BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} = \frac{AD}{DB} \qquad ...(1)$$

ઉપરાંત $ar\,(ADE) = \dfrac{1}{2} AE \times DM$

તથા $ar\,(DEC) = \dfrac{1}{2} EC \times DM$

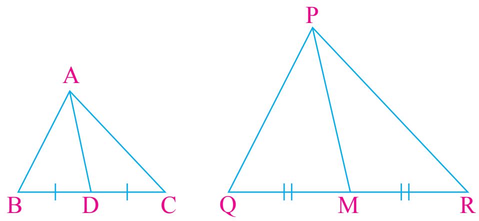
$$\therefore\ \frac{ar\,(ADE)}{ar\,(DEC)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \frac{AE}{EC} \qquad ...(2)$$

હવે, Δ BDE અને Δ DEC એક જ પાયા DE પર અને સમાંતર રેખાઓની જોડ BC અને DE વચ્ચે આવેલા છે.

$\therefore\ ar\,(BDE) = ar\,(DEC)$ ...(3)

પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$

50.



AD અને PM એ અનુક્રમે Δ ABC અને Δ PQR ની મધ્યગાઓ છે.

$\therefore$ BC = 2 BD અને QR = 2 QM

હવે, Δ ABC ~ Δ PQR

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$$

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{2\,BD}{2\,QM}$$

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM}$$

વળી, $\angle ABC = \angle PQR$

$\therefore \angle ABD = \angle PQM$

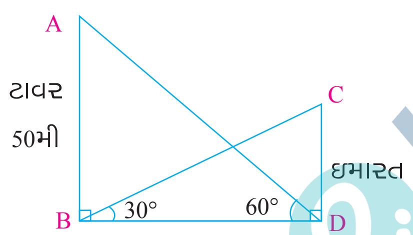
હવે, Δ ABD અને Δ PQM માં,

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM}$ અને $\angle ABD = \angle PQM$

$\therefore$ Δ ABD ~ Δ PQM (બાખૂબા શરત)

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$$

51.



અહીં, AB ટાવર, CD ઇમારત અને BD એ ટાવર અને ઇમારત વચ્ચેનું અંતર છે.

$\angle CBD = 30°$, $\angle ADB = 60°$, $\angle ABD = \angle CDB = 90°$, AB = 50 મીટર

Δ ABD માં $\angle ABD = 90°$ છે.

$$\therefore tan60° = \frac{AB}{BD}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{50}{BD}$$

$$\therefore BD = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

Δ CDB માં $\angle CDB = 90°$ છે.

$$\therefore tan30° = \frac{CD}{BD}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CD}{\frac{50}{\sqrt{3}}}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{50}{\sqrt{3}} = CD$$

$$\therefore CD = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3} \text{ મીટર}$$

આમ, ઇમારતની ઊંચાઇ $16\frac{2}{3}$ મીટર છે.

52. અહીં, નળાકાર અને અર્ધગોલક બંનેની ત્રિજ્યા $r = 3.5$ સેમી. તથા નળાકારની ઊંચાઈ $h = 10$ સેમી. છે.

શો-પીસનું કુલ પૃષ્ઠફળ

= નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ + 2 × અર્ધગોલકની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h + 2r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times [10 + (2 \times 3.5)]$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 17$

$= 44 \times 0.5 \times 17 = 374$ સેમી.^{2}

આમ, શો-પીસનું કુલ પૃષ્ઠફળ 374 સેમી.^{2} છે.

53. નીચેના નળાકાર માટે, H = 220 સેમી. અને વ્યાસ = 24 સેમી.

$\therefore R = \frac{24}{2} = 12$ સેમી.

ઉપરના નળાકાર માટે, $h = 60$ સેમી. અને $r = 8$ સેમી.

∴ થાંભલાનું ઘનફળ = નીચેના નળાકારનું ઘનફળ + ઉપરના નળાકારનું ઘનફળ

$= \pi R^2H + \pi r^2h$

$= \pi(R^2H + r^2h)$

$= 3.14 \times (12 \times 12 \times 220 + 8 \times 8 \times 60)$

$= 3.14 \times (31680 + 3840)$

$= 3.14 \times 35520$

$= 111532.8$ સેમી.^{3}

હવે, 1 સેમી.^{3} લોખંડનું દળ = 8 ગ્રામ = 0.008 કિગ્રા.

∴ 111532.8 સેમી.^{3} લોખંડનું દળ $= 111532.8 \times 0.008$

= 892.2624 કિગ્રા

= 892.26 કિગ્રા (આશરે)

આમ, થાંભલાનું દળ આશરે 892.26 કિગ્રા છે.

54. **બહુલક :**

અહીં મહત્તમ આવૃત્તિ 23 એ 35 – 45 વર્ગની આવૃત્તિ હોવાથી બહુલક વર્ગ 35 – 45 છે.

∴ l = બહુલક વર્ગની અધઃ સીમા = 35

h = વર્ગલંબાઈ = 10

f_1 = બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ = 23

f_0 = બહુલક વર્ગના આગળના વર્ગની આવૃત્તિ = 21

f_2 = બહુલક વર્ગના પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ = 14

બહુલક $Z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$\therefore Z = 35 + \left(\frac{23 - 21}{2(23) - 21 - 14}\right) \times 10$

$\therefore Z = 35 + \frac{2 \times 10}{11}$

$\therefore Z = 35 + 1.82$

$\therefore Z = 36.82$ (આશરે)

મધ્યક :

ઉંમર (વર્ષમાં) (વર્ગ)	દર્દીઓની સંખ્યા (f_i)	x_i	u_i	f_iu_i
5 – 15	6	10	–3	–18
15 – 25	11	20	–2	–22
25 – 35	21	30	–1	–21
35 – 45	23	$40 = a$	0	0
45 – 55	14	50	1	14
55 – 65	5	60	2	10
કુલ	$\Sigma f_i = 80$	–	–	$-37 = \Sigma f_iu_i$

મધ્યક $\overline{x} = a + \dfrac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

$\therefore \overline{x} = 40 + \dfrac{-37}{80} \times 10$

$\therefore \overline{x} = 40 - \dfrac{37}{8}$

$\therefore \overline{x} = 40 - 4.63$

$\therefore \overline{x} = 35.37$

આમ, દર્દીઓની ઉંમરનો મધ્યક 35.37 વર્ષ છે.